

PREGUNTA 1: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA (2,5 puntos)

En un país se ha detectado una enfermedad X transmitida por el virus VirusX. Se sabe que la enfermedad la padece el 20% de la población. Para detectarla, se usa un test de antígenos que, entre personas enfermas da positivo en el 90% de los casos y entre personas sanas da positivo en el 5% de los casos. Se pide:

Responda a todos los apartados

- 1.1 **(0.75 puntos)** Calcular la probabilidad de que, al realizar el test a una persona del país al azar, dicho test dé positivo.
- 1.2 **(0.75 puntos)** Calcular la probabilidad de que una persona esté sana sabiendo que ha dado positivo en el test.
- 1.3 **(1 punto)** Si tomamos 8 personas de la población al azar, ¿cuál es la probabilidad de que como máximo dos de ellas tengan la enfermedad?

Solución:

Consideramos los siguientes sucesos:

$+$ = el test da positivo

$-$ = el test da negativo

E = persona enferma

S = persona sana

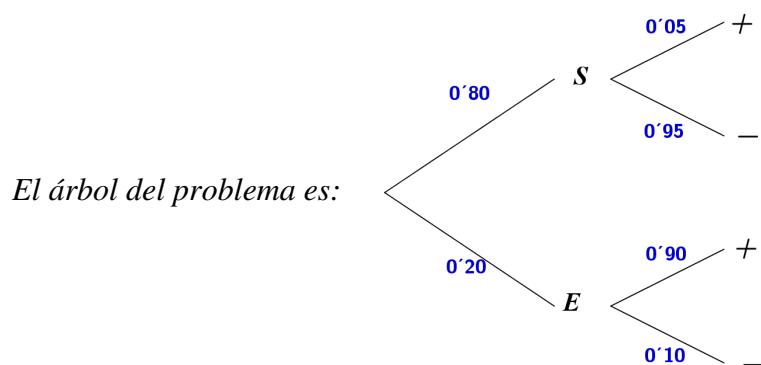
De los datos del enunciado,

“se sabe que la enfermedad la padece el 20% de la población” $\rightarrow P(E) = 0.20$ y $P(S) = 0.80$

Para detectarla, se usa un test de antígenos que:

“entre personas enfermas da positivo en el 90% de los casos” $\rightarrow P(+|E) = 0.90$ y $P(-|E) = 0.10$

“entre personas sanas da positivo en el 5% de los casos” $\rightarrow P(+|S) = 0.05$ y $P(-|S) = 0.95$



- a) Calcular la probabilidad de que, al realizar el test a una persona del país al azar, dicho test dé positivo.

La probabilidad pedida es: $P(+)$

$$P(+)=0.80 \cdot 0.05+0.20 \cdot 0.90=0.22$$

La probabilidad pedida es **0.22**.

- b) Calcular la probabilidad de que una persona esté sana sabiendo que ha dado positivo en el test.

La probabilidad pedida es: $P\left(\frac{S}{+}\right)$

$$P\left(\frac{S}{+}\right)=\frac{P(S \cap +)}{P(+)}=\frac{0.80 \cdot 0.05}{0.22}=0.1818$$

La probabilidad pedida es **0.1818**.

c) Si tomamos 8 personas de la población al azar, ¿cuál es la probabilidad de que como máximo dos de ellas tengan la enfermedad?

Consideramos la variable $X =$ número de personas que tienen la enfermedad de un grupo de 8.

$$P(E) = 0,2 \rightarrow X = B(8, 0,2)$$

$P(\text{como máximo dos de ellas tengan la enfermedad}) = P(X \leq 2)$, buscando en la tabla de la binomial,

n	k	p	0,01	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30
8	0		0,9227	0,6634	0,4305	0,1678	0,1001	0,0576
	1		0,9973	0,9428	0,8131	0,5033	0,3671	0,2553
	2		0,9999	0,9942	0,9619	0,7969	0,6785	0,5518
	3		1,0000	0,9996	0,9950	0,9437	0,8862	0,8059
	4		1,0000	1,0000	0,9996	0,9896	0,9727	0,9420

$$P(X \leq 2) = 0,7969$$

La probabilidad pedida es 0,7969.