3.1 Dada la recta $r:\frac{x}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$ $y\ el\ plano$ $\pi:2x+my+z-3=0,$ se pide:

3.1.1 **(0.5 puntos)** El valor de m para el que π y r son perpendiculares.

3.1.2 **(0.75 puntos)** El valor de m para el que π y r son paralelos.

3.1.3 **(1.25 puntos)** Calcular, cuando sea posible, el punto de intersección entre π y r en función del parámetro real m.

Solución:

3.1.1 ¿m? / r ⊥ π.

$r \perp \pi$ *si* $\vec{v}_r$ (*vector director de r*) *y* $\vec{n}_\pi$ (*vector perpendicular a* π) *son paralelos.*

$\vec{v}_r(2,-1,1)$ *y* $\vec{n}_\pi(2,m,1)$. $\vec{v}_r \parallel \vec{n}_\pi \rightarrow \quad \frac{2}{2}=\frac{-1}{m}=\frac{1}{1}; \quad 1=\frac{-1}{m}=1; \quad \frac{-1}{m}=1; \quad m=-1$

Para que r y π sean perpendiculares m = 1.

3.1.2 ¿m? / r // π.

$r \parallel \pi$ *si* $\vec{v}_r$ (*vector director de r*) *y* $\vec{n}_\pi$ (*vector perpendicular a* π) *son perpendiculares.*

$\vec{v}_r(2,-1,1)$ *y* $\vec{n}_\pi(2,m,1)$. $\vec{v}_r \perp \vec{n}_\pi \rightarrow \vec{v}_r \cdot \vec{n}_\pi = 0;$

$(2,-1,1)\cdot(2,m,1)=0; \quad 4-m+1=0; \quad 5-m=0; \quad m=5$

Para que r y π sean paralelos m = 5.

3.1.3 Calcular, cuando sea posible, el punto de intersección entre π y r en función del parámetro real m.

Obtengamos la ecuación paramétrica de r: $\frac{x}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1} \quad \rightarrow \quad r:\begin{cases} x=2\lambda \\ y=-1-\lambda \quad \lambda\in\Re \\ z=1+\lambda \end{cases}$

$r \cap \pi$, sustituimos los valores de x, y, z de r en la ecuación del plano:

$2 \cdot 2\lambda + m(-1-\lambda) + 1 + \lambda - 3 = 0$; (en esta ecuación la incógnita es λ)

$4\lambda - m - m\lambda + 1 + \lambda - 3 = 0; \quad 5\lambda - m\lambda - m - 2 = 0;$ $\boldsymbol{(5-m)\lambda = m+2}$

$5-m = 0; \quad m=5$

Si $m = 5$, la ecuación quedaría $0\lambda = 7$, $0 = 7$ sin solución.

Si $m \neq 5$, $(5-m \neq 0)$ $(5-m)\lambda = m+2$; $\lambda=\frac{m+2}{5-m}$, para este valor de λ hay punto de corte.

El punto de intersección sería: $\begin{cases} x=2\frac{m+2}{5-m}=\frac{2m+4}{5-m} \\ y=-1-\frac{m+2}{5-m}=\frac{-5+m-m-2}{5-m}=\frac{-7}{5-m} \\ z=1+\frac{m+2}{5-m}=\frac{5-m+m+2}{5-m}=\frac{7}{5-m} \end{cases}$

Hay punto de intersección entre r y π cuando m = 5 y este punto es: $\left(\frac{2m+4}{5-m},\frac{-7}{5-m},\frac{7}{5-m}\right)$.