3.2 Consideramos la recta s del espacio con ecuación: $\dfrac{x-1}{0}=y-1=\dfrac{z-1}{-1}$.

Se pide:

3.2.1 **(0.5 puntos)** Encontrar una ecuación del plano que pasa por el punto (1,1,1) y es perpendicular a s.

3.2.2 **(1 punto)** Encontrar los puntos de la recta s que están a distancia 4 del origen.

3.2.3 **(1 punto)** Calcular el ángulo que forma la recta s con el eje Z.

Solución:

$s:\dfrac{x-1}{0}=y-1=\dfrac{z-1}{-1}$, *obtengamos su ecuación paramétrica* $s:\begin{cases}x=1\\ y=1+\lambda & \lambda\in\Re\\ z=1-\lambda\end{cases}$

3.2.1 ¿plano π? / (1,1,1) ∈ π y π ⊥ s.

$\pi\perp s$ *si* $\vec{v}_s(\text{vector director de } s)$ *y* $\vec{n}_\pi(\text{vector perpendicular a } \pi)$ *son paraleros.*

$\vec{v}_s(0,1,-1) \;\rightarrow\; \vec{n}_\pi=\;\vec{v}_s(0,1,-1)\;\rightarrow\;\pi:0x+1y-1z+D=0;\quad y-z+D=0$

Como el punto $(1,1,1)\in\pi \;\rightarrow\; 1-1+D=0;\;\; D=0 \;\rightarrow\; \pi: y-z=0.$

Solución: $\boldsymbol{\pi: y-z=0.}$

*3.2.2 ¿P, puntos de s? / d(P,**O**) = 4, siendo **O** (0,0,0).*

$P\in s \;\rightarrow\; P(1,\,1+\lambda,\,1-\lambda)$

$d(P,\mathbf{O})=\sqrt{(1-0)^2+(1+\lambda-0)^2+(1-\lambda-0)^2}=\sqrt{1^2+(1+\lambda)^2+(1-\lambda)^2}=\sqrt{1+1+2\lambda+\lambda^2+1-2\lambda+\lambda^2}=$

$=\sqrt{3+2\lambda^2}$

Como $d(P,\mathbf{O})=4 \;\rightarrow\; \sqrt{3+2\lambda^2}=4;\;\; 3+2\lambda^2=16;\;\; 2\lambda^2=13;\;\; \lambda^2=\dfrac{13}{2};\;\; \lambda=\pm\sqrt{\dfrac{13}{2}}=\pm\dfrac{\sqrt{26}}{2}$

Para $\lambda=-\dfrac{\sqrt{26}}{2};\;\; P_1:\begin{cases}x=1\\ y=1-\dfrac{\sqrt{26}}{2}=\dfrac{2-\sqrt{26}}{2},\\ z=1+\dfrac{\sqrt{26}}{2}=\dfrac{2+\sqrt{26}}{2}\end{cases}$ *para* $\lambda=\dfrac{\sqrt{26}}{2};\;\; P_1:\begin{cases}x=1\\ y=1+\dfrac{\sqrt{26}}{2}=\dfrac{2\sqrt{26}}{2}\\ z=1-\dfrac{\sqrt{26}}{2}=\dfrac{2-\sqrt{26}}{2}\end{cases}$

Los puntos de la recta s que están a distancia 4 del origen son:

$\left(1,\dfrac{2-\sqrt{26}}{2},\dfrac{2+\sqrt{26}}{2}\right)$ *y* $\left(1,\dfrac{2+\sqrt{26}}{2},\dfrac{2-\sqrt{26}}{2}\right)$.

3.2.3 Calcular el ángulo que forma la recta s con el eje Z.

Sean $\vec{v}_s$(*vector director de s*) *y* $\vec{v}_z$(*vector director de eje Z*).

$\vec{v}_s(0,1,-1)$ *y* $\vec{v}_z(0,0,1)$

Siendo $\alpha = (\widehat{s, eje\ Z})$

$$\cos\alpha = \frac{\left|\vec{v}_s\ \vec{v}_z\right|}{\left|\vec{v}_s\right|\left|\vec{v}_z\right|} = \frac{|(0,1,-1)\cdot(0,0,1)|}{\sqrt{0^2+1^2+(-1)^2}\sqrt{0^2+0^2+1^2}} = \frac{|-1|}{\sqrt{2}\sqrt{1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \rightarrow \alpha = 45^\circ = \frac{\pi}{4}\,rds$$

Solución:* *el ángulo que forma la recta s con el eje Z es de 45º o $\frac{\pi}{4}$*rds.*