

EJERCICIO A

PROBLEMA 1. Dadas las matrices reales:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},$$

se pide :

- Calcular la matriz $M = A - 2BC$. (1 punto)
- Justificar que existe la matriz D^{-1} inversa de D y calcular tal matriz. (0,9 puntos)
- Calcular las matrices X, Y que cumplen $DX = M = YD$. (1,4 puntos)

Solución:

a) $M = A - 2BC =$

$$\begin{aligned} &= \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2-3-1 & -1+2-4 \\ 4+9+2 & -2-6+8 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 15 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -30 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 14 \\ -21 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

b) La matriz inversa de D existirá si el determinante de D es distinto de cero;

$$|D| = \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 7 = -1 \neq 0 \quad \text{luego} \quad \exists D^{-1}$$

Calculemos D^{-1}

$$\begin{aligned} D &= \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\alpha_{ij}} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_j} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -7 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_{ji}} \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \\ D^{-1} &= \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

c) $DX = M$, multiplicando por la izquierda por D^{-1}

$$D^{-1}DX = D^{-1}M; \quad IX = D^{-1}M; \quad X = D^{-1}M$$

$$X = D^{-1}M = \begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & 14 \\ -21 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -18-147 & -28+28 \\ 9+63 & 14-12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -165 & 0 \\ 72 & 2 \end{pmatrix}$$

$YD = M$, multiplicando por la derecha por D^{-1}

$$YDD^{-1} = MD^{-1}; \quad YI = MD^{-1}; \quad Y = MD^{-1}$$

$$Y = MD^{-1} = \begin{pmatrix} 9 & 14 \\ -21 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -18+14 & 63-42 \\ 42+4 & -147-12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 21 \\ 46 & -159 \end{pmatrix}$$