

## EJERCICIO A

**PROBLEMA 1.** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $D = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $E = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,

calcular razonadamente la matriz  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  que satisface la ecuación  $(A B' + C) X = (A' D) E$ ,

donde  $M'$  significa la matriz traspuesta de la matriz  $M$  (3,3 puntos).

*Solución:*

$$\text{Llamamos } M = A B' + C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} (7 \ 2 \ -2) + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ 14 & 4 & -4 \\ 21 & 6 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ 14 & 5 & -4 \\ 21 & 6 & -5 \end{pmatrix}$$

$$A' D = (1 \ 2 \ 3) \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = (10)$$

$$\text{Llamamos } N = (A' D) E = (10) \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 50 \\ 30 \end{pmatrix}$$

La ecuación a resolver es:  $M X = N$ , si existe  $M^{-1}$  entonces  $X = M^{-1} N$

$$|M| = \begin{vmatrix} 7 & 2 & -2 \\ 14 & 5 & -4 \\ 21 & 6 & -5 \end{vmatrix} = 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 6 & -5 \end{vmatrix} = 7(-25 - 24 - 24 + 30 + 24 + 20) = 7 \neq 0 \Rightarrow \exists M^{-1}$$

*Cálculo de  $M^{-1}$ ,*

$$\begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ 14 & 5 & -4 \\ 21 & 6 & -5 \end{pmatrix} \xrightarrow{\alpha_{ij}} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 5 & -4 & & 14 & -4 & & 14 & 5 \\ 6 & -5 & & 21 & -5 & & 21 & 6 \\ 2 & -2 & & 7 & -2 & & 7 & 2 \\ 6 & -5 & & 21 & -5 & & 21 & 6 \\ 2 & -2 & & 7 & -2 & & 7 & 2 \\ 5 & -4 & & 14 & -4 & & 14 & 5 \end{array} \right) = \begin{pmatrix} -1 & 14 & -21 \\ 2 & 7 & 0 \\ 2 & 0 & 7 \end{pmatrix} \xrightarrow{M_{ij}}$$

$$\xrightarrow{M_{ij}} \begin{pmatrix} -1 & -14 & -21 \\ -2 & 7 & 0 \\ 2 & 0 & 7 \end{pmatrix} \xrightarrow{M_{ji}} \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ -14 & 7 & 0 \\ -21 & 0 & 7 \end{pmatrix} \Rightarrow M^{-1} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ -14 & 7 & 0 \\ -21 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\text{Por lo que } X = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ -14 & 7 & 0 \\ -21 & 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 20 \\ 50 \\ 30 \end{pmatrix} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -20 - 100 + 60 \\ -280 + 350 \\ -420 + 210 \end{pmatrix} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -60 \\ -70 \\ -210 \end{pmatrix}$$